

Inverse van $\ln(x)$

1 maximumscore 3

- (Bij de functie f_p hoort de vergelijking $y = p \cdot \ln(x)$ dus) bij de inverse functie van f_p hoort de vergelijking $x = p \cdot \ln(y)$ 1

- Dan is $\frac{x}{p} = \ln(y)$, dus $y = e^{\frac{x}{p}}$ (en dat is een vergelijking die past bij g_p) 2

of

- (Bij de functie g_p hoort de vergelijking $y = e^{\frac{x}{p}}$ dus) bij de inverse functie van g_p hoort de vergelijking $x = e^{\frac{y}{p}}$ 1

- Dan is $\frac{y}{p} = \ln(x)$, dus $y = p \ln(x)$ (en dat is een vergelijking die past bij f_p) 2

of

- Er moet gelden: $g_p(f_p(x)) = x$ (voor alle x) 1

- $g_p(f_p(x)) = e^{\frac{p \ln(x)}{p}} = e^{\ln(x)} = x$ (dus g_p is de inverse van f_p) 2

of

- Er moet gelden: $f_p(g_p(x)) = x$ (voor alle x) 1

- $f_p(g_p(x)) = p \ln\left(e^{\frac{x}{p}}\right) = p \cdot \frac{x}{p} = x$ (dus f_p is de inverse van g_p) 2

of

Vraag	Antwoord	Scores
	• De standaardfuncties f_1 en g_1 zijn elkaars inverse	1
	• De grafiek van f_p ontstaat uit de grafiek van f_1 door een vermenigvuldiging met p ten opzichte van de x -as	1
	• De grafiek van g_p ontstaat uit de grafiek van g_1 door een vermenigvuldiging met p ten opzichte van de y -as (dus f_p en g_p zijn elkaars inverse)	1

Opmerking

Voor het tweede antwoordelement van het eerste, tweede, derde en vierde antwoordalternatief mogen uitsluitend 0 of 2 scorepunten worden toegekend.

2 maximumscore 5

- Beschrijven hoe het snijpunt van de grafieken van f_{-1} en g_{-1} (of het snijpunt van een van beide grafieken met de lijn $y = x$) gevonden kan worden 1
- De grafieken van f_{-1} en g_{-1} snijden elkaar voor $x = 0,567\dots$ 1
- $\int_0^{0,567\dots} g_{-1}(x) dx + \int_{0,567\dots}^1 f_{-1}(x) dx$ moet worden berekend 1
- Beschrijven hoe deze integralen kunnen worden berekend 1
- De gevraagde oppervlakte is $(0,432\dots + 0,111\dots) = 0,54$ 1

of

- Beschrijven hoe het snijpunt van de grafieken van f_{-1} en g_{-1} (of het snijpunt van een van beide grafieken met de lijn $y = x$) gevonden kan worden 1
- De grafieken van f_{-1} en g_{-1} snijden elkaar voor $x = 0,567\dots$ 1
- $2 \cdot \int_0^{0,567\dots} (g_{-1}(x) - x) dx$ moet worden berekend 1
- Beschrijven hoe deze integraal kan worden berekend 1
- De gevraagde oppervlakte is $0,54$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

3 maximumscore 4

- $f_p'(x) = \frac{p}{x}$ 1
- Er moet gelden $f_p'(x) = 1$, en hieruit volgt $p = x$ 1
- Er moet gelden $f_p(x) = x$, dus $p \ln(p) = p$ 1
- De oplossing: $p = e$ ($p = 0$ voldoet niet) 1

of

- $g_p'(x) = \frac{1}{p} e^{\frac{x}{p}}$ 1
- Er moet gelden $g_p(x) = x$ en $g_p'(x) = 1$, dus $e^{\frac{x}{p}} = x$ en $\frac{1}{p} e^{\frac{x}{p}} = 1$ 1
- Hieruit volgt $p = x$ 1
- Uit $e^{\frac{x}{p}} = x$ met $p = x$ volgt: $p = e$ 1

Opmerking

Als een kandidaat alleen opmerkt dat moet gelden $f_p(x) = g_p(x) = x$ en

$f_p'(x) = g_p'(x) = 1$, voor deze vraag 1 scorepunt toekennen.